2017年度 トキワ松学園高等学校入学試験 数学 第1回 一般 問題用紙(1)

受験番号		氏名	

(注意) 計算はあいているところに書いて消さないでおきなさい。
円周率を用いるときはπとして計算しなさい。

1 次の計算をしなさい。

(1) $(-6)^2\div12-(-3^2)\times2=$ $\boxed{21}$

$\frac{36}{12}+18=3+18=21$

(2) $-6x^3y\times\frac{8}{9}xy^2\div\left(-\frac{2}{3}x^2y\right)=$ $\boxed{8x^2y^2}$

$-\cancel{6}^{2}\cancel{x^3}^{x}\cancel{y}\times\frac{8xy^2}{\cancel{9}_{3}}\times\left(-\frac{3}{\cancel{2x^2y}}\right)=8x^2y^2$

(3) $\frac{3x-5y}{2}-\frac{2x-y}{3}=$ $\boxed{\frac{5x-13y}{6}}$

$\frac{9x-15y}{6}-\frac{4x-2y}{6}=\frac{5x-13y}{6}$

(4) $3\sqrt{18}-\sqrt{50}+\frac{6}{\sqrt{2}}=$ $\boxed{7\sqrt{2}}$

$9\sqrt{2}-5\sqrt{2}+\frac{6\sqrt{2}}{2}=9\sqrt{2}-5\sqrt{2}+3\sqrt{2}=7\sqrt{2}$

(5) $(2\sqrt{3}-\sqrt{5})(2\sqrt{3}+\sqrt{5})=$ $\boxed{7}$

$(2\sqrt{3})^2-(\sqrt{5})^2=12-5=7$

2 次の問いに答えなさい。

(1) 連立方程式 $\begin{cases}2x-3y=16\\5x+4y=17\end{cases}$ を解きなさい。

$$\begin{array}{rl} 8x-12y&=64\\ +)\ 15x+12y&=51\\ \hline 23x\qquad&=115\\ x&=5\end{array}\qquad\begin{array}{rl}10-3y&=16\\-3y&=6\\y&=-2\end{array}$$

$x=$ $\boxed{5}$, $y=$ $\boxed{-2}$

(2) $(x+2)^2-15(x+2)+56$ を因数分解しなさい。

$\{(x+2)-7\}\{(x+2)-8\}=(x-5)(x-6)$

$\boxed{(x-5)(x-6)}$

(3) $x=\sqrt{7}-\sqrt{3}$, $y=2\sqrt{3}$ のとき、$4x^2+4xy+y^2$の値を求めなさい。

$4x^2+4xy+y^2=(2x+y)^2$
$=\{2(\sqrt{7}-\sqrt{3})+2\sqrt{3}\}^2$
$=(2\sqrt{7})^2$
$=28$

$\boxed{28}$

(4) 2次方程式 $3x^2+5x-4=0$ を解きなさい。

$x=\frac{-5\pm\sqrt{5^2-4\times3\times(-4)}}{2\times3}=\frac{-5\pm\sqrt{73}}{6}$

$x=$ $\boxed{\frac{-5\pm\sqrt{73}}{6}}$

(5) yはxの2乗に比例し、$x=3$のとき$y=-54$である。yをxの式で表しなさい。

$y=ax^2$
$x=3$のとき$y=-54$より
$-54=9a$
$a=-6$

$y=$ $\boxed{-6x^2}$

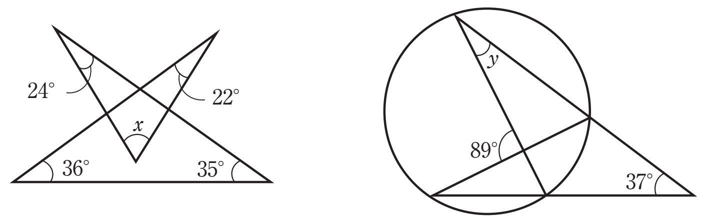
(6) 大小2個のさいころを同時に投げるとき、目の数の和が5より小さくなる確率を求めなさい。

(大, 小) = (1, 1), (1, 2), (1, 3), (2, 1), (2, 2), (3, 1)

$\frac{6}{6\times6}=\frac{1}{6}$

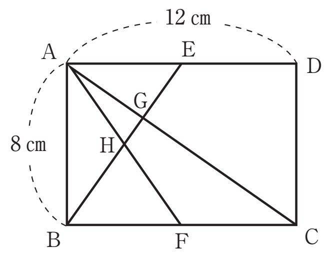
$\boxed{\frac{1}{6}}$

(7) 下の図で、$\angle x$, $\angle y$の大きさを求めなさい。



$\angle x=$ $\boxed{63}$°, $\angle y=$ $\boxed{26}$°

(8) 右の図のように、長方形ABCDの辺AD, BCの中点をそれぞれE, Fとし、BEとAC, AFの交点をそれぞれG, Hとする。このとき、次のものを求めなさい。



BE = $\boxed{10}$ cm,

GH = $\boxed{\frac{5}{3}}$ cm, △AGH = $\boxed{4}$ cm^2

3 2けたの正の整数がある。この整数の十の位の数と一の位の数の和は13で、十の位の数と一の位の数を入れかえると、もとの整数より27小さくなる。このとき、次の問いに答えなさい。

(1) もとの整数の十の位の数をx、一の位の数をyとして連立方程式をつくりなさい。

$\boxed{\begin{cases}x+y=13\\10y+x=10x+y-27\end{cases}}$

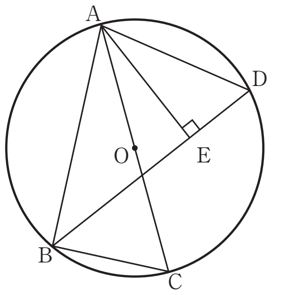
(2) (1)の連立方程式を解いて、もとの整数を求めなさい。

$$\begin{array}{rl}9x-9y&=27\\x-y&=3\\+)\ x+y&=13\\ \hline 2x\quad&=16\end{array}\qquad\begin{array}{rl}x&=8\\8+y&=13\\y&=5\end{array}$$

$\boxed{85}$

受験番号		氏名	

4　右の図で、4点A，B，C，Dは円Oの円周上の点で、ACは円Oの直径である。点Aから線分BDに垂線AEを引く。このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　△AEDと相似な三角形を書きなさい。

△AED∽△ $\boxed{\text{ABC}}$

(2)　(1)が成り立つことを、次のように証明した。空欄をうめて証明を完成させなさい。

［証明］

△AEDと△ $\boxed{\text{ABC}}$ において、

$\overset{\frown}{AB}$ に対する円周角は等しいから、

∠ADE ＝ ∠ $\boxed{\text{ACB}}$ ……①

仮定より、　∠AED ＝ 90°

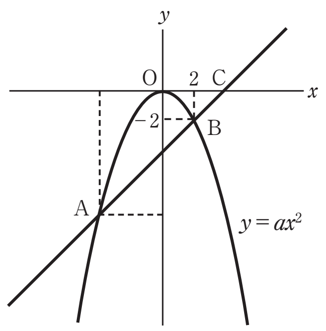
また、ACは円Oの直径であるから、∠ $\boxed{\text{ABC}}$ ＝ 90°

よって、　∠AED ＝ ∠ $\boxed{\text{ABC}}$ ……②

①，②より、 $\boxed{\text{2組の角がそれぞれ等しい}}$ から

△AED ∽ △ $\boxed{\text{ABC}}$

5　右の図のように、放物線 $y=ax^2$ 上に点A，Bがあり、直線ABと x 軸との交点をCとする。点Aの x 座標が負の数で、点Bの座標が（2，−2）、△OACの面積が△OBCの面積の4倍であるとき、次の問いに答えなさい。



(1)　a の値を求めなさい。

$-2=4a$

$a=-\dfrac{1}{2}$　　a ＝ $\boxed{-\dfrac{1}{2}}$

(2)　点Aの座標を求めなさい。

点Aの y 座標は $-2\times4=-8$

$-8=-\dfrac{1}{2}x^2$，$x^2=16$　$x<0$ だから

$x=-4$

A $\boxed{(\ -4,\ -8\ )}$

(3)　直線ABの式を求めなさい。

傾き $\dfrac{-2-(-8)}{2-(-4)}=\dfrac{6}{6}=1$

$y=x+b$

点B(2,−2)を通るから $-2=2+b$

$b=-4$

$\boxed{y=x-4}$

(4)　△PABの面積が△OABの面積の2倍になるように、この放物線上に点Pをとる。このとき、点Pの x 座標をすべて求めなさい。

直線ABは傾き1，切片−4の直線だから

点Pは、傾き1，切片−12の直線と放物線 $y=-\dfrac{1}{2}x^2$ の交点である

$x-12=-\dfrac{1}{2}x^2$

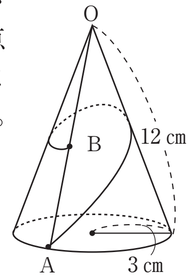
$\dfrac{1}{2}x^2+x-12=0$

$x^2+2x-24=0$

$(x+6)\ (x-4)\ =0$　　$x=-6,\ 4$

x ＝ $\boxed{-6,\ 4}$

6　右の図のような底面の半径が3㎝で、母線の長さが12㎝の円すいがある。円すいの母線OAの中点をBとし、点Aから点Bまで側面上にたるまないように糸をかける。このとき、次の問いに答えなさい。



(1)　側面積を求めなさい。

$12^2\pi\times\dfrac{3}{12}=36\pi$

$\boxed{36\pi}$ ㎝²

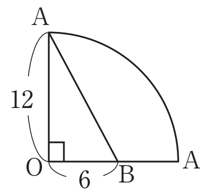
(2)　糸の長さを求めなさい。

$AB=\sqrt{12^2+6^2}$

$=\sqrt{144+36}$

$=\sqrt{180}$

$=6\sqrt{5}$



$\boxed{6\sqrt{5}}$ ㎝

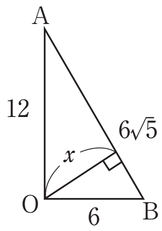
(3)　点Oから糸までの最短距離を求めなさい。

求める距離を x cmとする

$x:6=12:6\sqrt{5}$

$6\sqrt{5}\,x=72$

$x=\dfrac{12}{\sqrt{5}}=\dfrac{12\sqrt{5}}{5}$

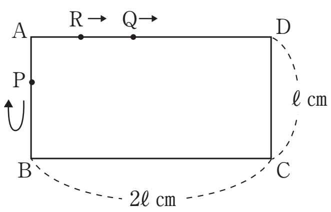


$\boxed{\dfrac{12\sqrt{5}}{5}}$ ㎝

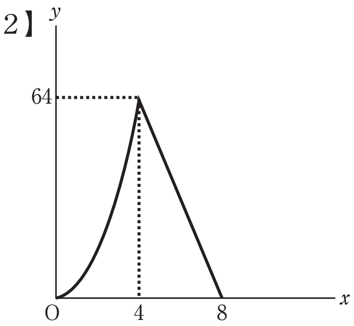
7　図1のような縦 ℓ ㎝、横 2ℓ ㎝の長方形がある。点Pは辺AB上を一定の速さで1往復する。点Qは辺AD上を点Pの2倍の速さでDまで動き、点Rは辺AD上を点Pと同じ速さでDまで動く。

3点P，Q，Rが頂点Aを同時に出発してから x 秒後の△APQの面積を y ㎝²として、x，y の関係をグラフに表すと、図2のようになった。このとき、次の問いに答えなさい。

【図1】



【図2】



(1)　ℓ の値を求めなさい。

$\dfrac{1}{2}\times\ell\times2\ell=64$　　$\ell>0$ だから

$\ell^2=64$　　$\ell=8$

ℓ ＝ $\boxed{8}$

(2)　点Pの速さを求めなさい。

$8\div4=2$

毎秒 $\boxed{2}$ ㎝

(3)　点PがBからAに向かっているとき、△APQと△ABRの面積が等しくなるのは、3点が頂点Aを出発してから何秒後か答えなさい。

$4\leqq x\leqq8$ のとき

△APQの面積 $=\dfrac{1}{2}\times\ (16-2x)\ \times16=128-16x$

△ABRの面積 $=\dfrac{1}{2}\times8\times2x=8x$

$128-16x=8x$

$128=24x$

$x=\dfrac{16}{3}$ （$4\leqq x\leqq8$ を満たす）

$\boxed{\dfrac{16}{3}}$ 秒後